Ministério da Saúde

FIOCRUZ
Fundação Oswaldo Cruz

ESCOLA POLITÉCNICA DE SAÚDE
JOAQUIM VENÂNCIO

Número e vida: uma análise do livro didático de Matemática a partir do conceito de Função

por

Jean Michel Soares Villela Telles

Orientador: Márcio Rolo

Dezembro, 2006

Ministério da Saúde
Fundação Oswaldo Cruz
Escola Politécnica de Saúde Joaquim Venâncio
Projeto Trabalho, Ciência e Cultura

Número e vida: uma análise do livro didático de Matemática a partir do conceito de Função

por

Jean Michel Soares Villela Telles

Monografia apresentada como pré-requisito à formação do Curso Técnico em Vigilância Sanitária e Saúde Ambiental concomitante ao Ensino Médio.

Dezembro, 2006

Dedico esta monografia a meus pais, Ana Lúcia e Jayme e a meu irmão Bernard Ayan.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer, primeiramente, a mim mesmo pois, sem o meu trabalho esta monografia não teria se realizado.

Em segundo lugar, gostaria de agradecer a meus pais, Ana Lúcia e Jayme, por terem tido a coragem de me gerar e me criarem com extrema dedicação e a meu irmão Bernard, uma pessoa que me ensinou o que vem a ser convivência.

A minha avó Máguida, um ser humano carinhoso e extremamente perspicaz, que soube lidar com as adversidades da vida.

Aos meus amigos, tanto os da EPSJV, Vinicius, Carlos e Gregório, quanto aquele que está mais distante, Alexander, por me acompanharem nesta caminhada denominada Educação.

Aos amores da vida, pois sem estes não teria a felicidade, em especial ao meu amor atual Daniela, afinal de contas o que é a vida sem amores?

Por fim, aos mestres que sinceramente quiseram ensinar-me algo, em especial ao meu orientador Márcio com quem guardo grande identificação.

“...senão para contemplar a beleza da harmonia, não valeria a pena dedicar-se à ciência”.
Henri Poincaré

RESUMO

O problema do ensino de Matemática no Brasil vêm se agravando com o passar do tempo. Antigamente, a população não aprendia pois não tinha acesso a escola. Hoje, a situação se modificou, temos um grande número de alunos na escola porém, o ensino não têm qualidade quando se trata de Matemática.

Dentre um dos problemas que podem afetar o aprendizado de Matemática, temos o livro didático, que serve de apoio ao professor, tanto para a construção de conhecimentos, quanto para a fixação dos mesmos através de exercícios.

Diante disso, o trabalho se propõe a fazer uma análise do livro didático de Matemática utilizado no Ensino Médio, análise esta partindo da maneira como é apresentado um conceito fundamental: o de Função. Tal conceito foi (e é) essencial na história das Ciências nos últimos séculos, sendo freqüentemente usada a linguagem causal para se desenvolver uma técnica ou construir Ciência.

Como metodologias de ensino de Matemática se terá como referência os conceitos de Linearidade e Rede colocados por Maria Célia Carolino Pires, vendo Linearidade como o conhecimento que é construído para o aluno, de maneira onde cada conteúdo tem um lugar específico e bem delimitado na formação. O conceito de Rede, visto como aquele onde a preocupação central é o fim, ou seja, não importa o caminho a ser seguido, o importante é que haja o aprendizado de Matemática ao fim da formação.

ÍNDICE

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 – O ensino Matemático

Dizer que o mundo é matematizado é uma constante, mas será que realmente entendemos o que significa tal frase? Na Idade Média[1], o mundo era pensado de maneira diferente da atual. Respostas às perguntas humanas eram dadas a partir do princípio de que Deus era o responsável por tudo. Atualmente não é assim. Uma grande parcela da humanidade parte do princípio lógico-científico e vê o mundo como algo ordenado que pode ser explicado, controlado e até alterado pelos seres humanos. No entanto, essa atual visão de mundo, naturalizada por muitos, nem sempre existiu; cabe entender que nem sempre foi assim.

Diante deste cenário cabe refletir sobre a escola e o tipo de formação que hoje ela veicula. Percebe-se, claramente, que os alunos de Ensino Médio têm grande dificuldade com a Matemática e com os saberes técnico-científicos em geral. Isto fica evidente quando são analisados os resultados dos vários exames tais como o ENEM e vestibulares, onde as médias obtidas nessas áreas estão bem abaixo das outras disciplinas. [2] Revela-se nisto o

---

[1] A Matemática a partir da revolução cientifica acontecida no século XV ganhou muita notoriedade se tornando método de conferência de verdade as coisas, a ciência Matemática não está necessariamente vinculada ao real, porém outras ciências incorporaram os métodos Matemáticos para buscar suas respostas e não pense que foi apenas a Física que fez isso, hoje podemos dizer que quase todos os campos do conhecimento fazem uso de métodos Matemáticos e por que tudo isso? Pois tal ciência se tornou sinônimo de verdade e acima de tudo, a abstração matemática não põe limites ao conhecimento do homem, dado que suas teorias dependem apenas de formulação de conceitos e a partir deles extrair conclusões. Esse método fascinou o homem medieval que começou a perceber que ao invés de Deus os fenômenos poderiam ser explicados através de métodos matemáticos, e que tais explicações se aproximavam muito mais da realidade do que as outras, até então encontradas. Pode se ter idéia de como naquela época essas "descobertas" causaram um alvoroço, e aos poucos foi se percebendo que muitas daquelas teorias, que a principio contradiziam a idéia de Deus como causa de todos os movimentos, explicavam bem o real.

[2] Uma recente pesquisa realizada pelo IBOBE mostrou a perspectiva dos jovens acerca de seu futuro. Um grande pessimismo foi notado quanto ao futuro, o jovem está descrente na melhora do país, mas a mesma pesquisa mostrou que o jovem acredita no caminho da educação, boa parte dos jovens disse confiar em seus professores, e disseram ainda que falta na educação brasileira hoje disciplina e criatividade.

O próprio jovem está pedindo mais e melhor educação, ele acredita que ela seja uma excelente opção na busca da melhora do país. Essa pesquisa evidencia como os adolescentes estão quase "implorando" para que mau acolhimento da Matemática por parte dos alunos que, por conta dessa dificuldade, acabam comprometendo o uso deste saber em sua vida futura. No entanto, a Matemática no mundo contemporâneo, tem papel importantíssimo no desenvolvimento de diversos campos de saber. Tal ciência ganhou muita expressividade a partir do século XVI e desde então participa exaustivamente do processo de construção do conhecimento humano. Mas todas essas evidências parecem não convencer aos alunos da importância da superação de suas dificuldades.

Não se pode deixar de considerar que no mundo atual quem detém o conhecimento está no poder. Os países mais ricos investem altas quantias em pesquisas de várias ordens (bélica, espacial e etc.) na buscando conquistar novas tecnologias. É evidente que com mais tecnologias, as potências podem reafirmar a dependência dos outros países em relação a elas. Esta dependência só se dá por vivemos em um mundo onde se espera que a tecnologia (entendida como resultado da ciência) solucione os problemas mundiais. Como percebem que o poder gerado pelo conhecimento é enorme, os países ditos "desenvolvidos" investem muito na educação Matemática voltada para o uso nas ciências, querendo formar grandes pesquisadores. Porém a educação não é crítica, pois não se busca um cientista que questione seus próprios princípios.

Este problema, que parece apenas ser uma questão simples de dependência política, tem um grande efeito na Matemática, dado que o seu ensino fica subjugado a interesses externos e não à própria Matemática; é o fim que começa a determinar os meios, ou seja, os objetivos é que irão dizer quais serão os saberes que estarão no currículo escolar.

Sobre a questão do ensino da Matemática, podemos notar que uma das principais causas que concorrem para o seu fracasso é a forma como ela é abordada na escola. Professores desvalorizados e com base pouco sólida na arte de ensinar são, sem dúvida alguma, fatores que contribuem para tal problema. Deve-se considerar também que uma escola despreparada não ajuda ao aluno a ter interesse pela Matemática pois a chance dele se sensibilizar para as questões matemáticas e entrar em contato com sua aplicabilidade são quase nulas (deve-se salientar também que o ensino de Matemática não deve ser voltado apenas para o lado da aplicabilidade). Outro fator preocupante é o de existir uma visão

---

olhem por eles, em tempos atuais onde não se vêem mais valores já que as escolas atuais quase não dão limites aos jovens. (fonte: IBOPE, agosto de 2006) pessimista do aluno em relação à escola, vendo aquele local como algo chato que só lhe traz preocupações. Tudo isso colabora para o péssimo ensino da Matemática. Dentro desse quadro complexo e que demanda pesquisas aprofundadas visando resolvê-lo, pretendo me deter em uma causa que considero essencial: o livro didático.

Não há dúvida que um livro atraente e realmente explicativo seja mais eficiente para o aluno durante o processo de aprendizagem. Nossos livros didáticos contêm alguns problemas que, se resolvidos, poderiam ajudar a solucionar a questão que colocamos no trabalho. Parece não ser difícil identificá-los, porém propor soluções que se enquadrem na realidade brasileira é um desafio, evidentemente, maior. Um autor provavelmente justificaria os problemas de seu livro dizendo que aquela foi a melhor maneira encontrada por ele de transmitir a Matemática aos alunos. Porém isso pode, além de levar a uma estagnação, desvalorizar qualquer processo crítico em relação ao livro.

Não se deve deixar de salientar que o estudo de Matemática exige disciplina: ninguém aprende Matemática sem exercitar. Não estamos dizendo que apenas disciplina no estudo seria a solução (e não é), mas não podemos esquecer de que não adianta um “super livro” didático no qual o autor seja extremamente criativo e coloque excelentes problemas, se o aluno não usa o livro e não organiza sua vida para isso. Esse trabalho não pode se fixar em nada a não ser o próprio livro didático, ou seja, não se pode enxergar um problema do aluno como sendo do livro didático.

Aprender Matemática é tão importante para uma pessoa quanto aprender a ler. Esta ciência proporciona, assim como o conhecimento das palavras, a possibilidade da construção de novos conhecimentos e da própria liberdade do ser humano. Dentro de uma perspectiva onde o conhecimento liberta e amplia as capacidades do ser humano, a Matemática aparece como fundamental na formação do homem. O ensino da Matemática não somente se justifica pelo uso intensivo de sua linguagem na ciência e muito menos por ela ser vista atualmente como conferidora de verdade, e sim porque esse conhecimento pode, e vai, dar ao homem capacidades de pensar e de lidar com suas próprias angústias, tanto individuais quanto coletivas. A Matemática não somente se presta a soluções de problemas do mundo físico, mas também do psicológico.

1.2 – Função

O trabalho se deterá no conceito de Função, ou seja, pretende discutir como estão empregadas as metodologias de ensino matemático no capítulo destinado à Função no livro didático.

A noção de causa e efeito está intrinsecamente ligada ao homem moderno que pensa o mundo de maneira a entender as causas dele. Porém, mesmo que não seja através da ciência todo homem pensa e, portanto busca explicações e possíveis motivos ou maneiras de se melhor fazer algo ou entender alguma coisa. Este exercício, onde a causalidade é a forma preponderante de pensamento humano, ganha mais um fator com a ciência: a Matemática com seus modelos de Função (esta questão será melhor discutida no transcorrer do trabalho).

Na sociedade ocidental, extremamente cientifizada, a noção de causa ganha aspectos Matemáticos; após a Idade Média que o homem fez a vinculação da natureza com a Matemática: "a natureza estava escrita em caracteres matemáticos" (Galileu). A partir daí, tal ciência foi tomada como princípio de conhecimento verdadeiro e irrefutável. O homem começou então a buscar repostas através da Matemática. Não é difícil achar um bom exemplo disto: o esboço em planos cartesianos utilizados quando se quer observar um resultado a partir de uma impressão inicial (já tomando como verdadeira o uso da variável tempo no eixo das abscissas). Esse método é amplamente usado em muitos campos do conhecimento, dentre eles podemos citar o da saúde, no qual a visão determinística fica bem clara quando pensamos no processo saúde-doença, que busca identificar a causa única do adoecimento. Temos outros exemplos do uso de planos cartesianos na hora de se trabalhar com dados. Essa é uma visão causal das coisas, onde fenômenos ocorridos no presente têm influência no futuro. Dado tudo isto, vemos como a visão causal ligada à Função tem grande influência no mundo moderno, se justificando, portanto, o estudo do capítulo de Funções.

1.3 – A escolha do livro

Baseado no PNLD (Programa Nacional do Livro Didático), que avalia os livros didáticos elaborado pelo Ministério da Educação e em um livro largamente utilizado nas escolas atuais, escolheu-se a primeira edição do livro "Coleção Matemática", de Luiz Roberto Dante, publicado pela editora Ática em São Paulo no ano de 2006.

Esta coleção conta com três volumes. A parte destinada à Função está no primeiro volume, por isso sempre que neste trabalho se remeter a alguma questão do livro, será baseada no capítulo de Funções exposto no volume citado.

1.4 – O conhecimento e o mundo matematizado

Pensar em questões relativas ao ensino de Matemática nos remete a como ele está sendo colocado e o que está influenciando, isto é, o contexto o qual está o influenciando. Já foi dito que vivemos em um mundo matematizado, mas quando usamos esse termo estamos nos referindo à lógica e a racionalização do mundo moderno, traços marcantes da ciência. A ordenação é um importante ponto a ser posto, pois se busca a ordem como a natureza se expõe, já que ordenar é por de maneira lógica, portanto compreensível para todos. Qualquer outra possibilidade de realização da Matemática está esquecida.

Outro importante ponto a se observar é o aspecto de o conhecimento ter ganho grande importância no mundo moderno, sendo visto como a possibilidade de realização do homem, ou seja, através dele o homem poderá ter sua completude alcançada. Para isto, o ensino se tornou referência e todas as pessoas devem ir à escola, pois lá obterão o conhecimento necessário à sua vida.

Porém, no mesmo momento em que se discute a inoperância do ensino Matemático, se incentiva a estudá-lo (com frases do tipo: "a escola é a única possibilidade") pois, como dito no parágrafo anterior, acredita-se no caminho do estudo. Isto se evidencia como uma contradição, pois ao mesmo tempo em que a maioria dos adultos guardam péssimas recordações de suas aulas de Matemática, incentivam seus filhos a irem para escola (logicamente, não só para estudar Matemática), acreditando que este será o melhor caminho, mesmo que para eles não tenha sido uma boa experiência.

1.5 – A sociedade técnico-científica

Levando em consideração estas afirmações vemos como a questão do ensino é complexa, mas de uma forma geral acredita-se que o estudo seja extremamente importante, porém, de que estudo estamos falando? O dito "chato" ou de novas possibilidades de contato com o conhecimento? É neste momento que percebemos a influência da ciência no mundo moderno, e conseqüentemente da Matemática, e de como esses saberes são altamente valorizados pelas pessoas. De uma maneira geral, todos buscam o conhecimento. A *sociedade técnico-científica* é aquela que embasa praticamente todo o processo de ensino (e de pesquisas também) e reforça-o. Neste pensamento (rígido e restrito) se criam verdadeiros mitos, que são encarados como verdadeiros pelo homem sem nenhum tipo de questionamento (não questionamento do que é científico é uma das características empregadas pela *sociedade técnico-científica)* e, dentre esses mitos, vemos alguns pensamentos como o de crescimento econômico sem fim, felicidade eterna e etc. Vincula-se a esses pensamentos a idéia de que, se alcançados, trarão ao homem bem estar e conforto. Todas essas idéias estão apoiadas em uma visão científica de crescimento eterno, indefinido e linear (discutirei ainda no trabalho a questão da linearidade) sendo que a solução dos problemas viria através da ciência a qual seria capaz de acabar com as mazelas humanas.

A *sociedade técnico-científica,* através de seus paradigmas, criou todo um modelo de sociedade que atinge a todos os níveis populacionais e campos de estudo do homem. Criou-se respostas para tudo (e o que não está respondido será apenas uma questão temporal) e mais do que isso, começou-se a dizer aquilo que é necessário ao homem ou não, é importante ou deve ser deixado de lado, acabando com a possibilidade de criação humana, pois são criados padrões para tudo (ideal de beleza, família, sexo e etc.) cabendo ao homem apenas seguí-los. Quanto às questões do ensino, a visão criada é baseada na *"razão instrumental"* que será discutida abaixo.

Este modelo de pensamento ocidental influencia a todos que, de certa forma, começam a defendê-lo sem nenhum tipo de questionamento.Todos nós fazemos parte desse ideal e talvez nem nos demos conta disto. Somos a sociedade da ciência, do lógico e do racional. Dentro desta sociedade, a beleza perdeu seu espaço de liberdade estando presa a padrões, da mesma forma que o sexo e, com certeza a Matemática também, não mais se admitindo outras possibilidades de experiências na vida: é o fundamentalismo do Capital, do prazer e da ciência.

Quanto à beleza, não é por acaso que vemos os altos casos de anorexia e bulimia: cria-se um padrão e estar fora dele é não participar do mundo.

Tais padrões parecem ser eternos como se o homem sempre tivesse vivido de acordo com esses paradigmas. Porém, isso não é verdade: tal processo inicia-se quando a produção de bens ganha preponderância na vida do homem deixando de ser um meio para se tornar o objetivo, no caso o de produzir mais e melhor. O mais interessante neste processo é que nem nós damos conta do quanto estamos imersos neste projeto de obtenção de lucro a todo custo e de eterno crescimento.

A concepção de família moderna é totalmente influenciada por esta visão, quando se pensa em família (moderna) está se dizendo quase ao mesmo tempo: "aqueles que detém a herança", isto é, aqueles que, caso morra o ente, irão ficar com seus bens. Esta concepção foi fundamental para a solidificação desta sociedade, pois é aí que se dá o inicio do processo de propriedade privada. O sexo também está subjugado a isto, sendo visto de maneira presa e fixa, perdendo seu potencial intimista de encontro do homem com ele mesmo, tornando-se algo que se presta apenas à reprodução. Com isto, o homem se perde e entende o prazer como sendo algo "ruim", que está fora dele e o coloca na qualificação de um animal. Isto agride profundamente o homem moderno que se entende distanciado da natureza e fora do meio dos animais. Estabeleceram-se também as formas de fazer sexo, as famosas "posições", que novamente aprisionam e enquadram a realidade. Há correntes que dizem querer fugir dessa visão pecaminosa do sexo, porém ao invés de se basear em uma visão libertadora do sexo, se fixam no ideal do prazer no sexo que nada mais é do que um dos maiores paradigmas desta sociedade (o prazer), isto é, não se consegue fugir disto e sim muda-se apenas de posição continuando, porém, a estar dentro de uma padronização.

Do processo de Felicidade eterna DUARTE, em seu comentário acerca da obra de ADORNO e HORKHEIMER "A Dialética do esclarecimento" diz: "*ele (o esclarecimento) queria dissolver os mitos e desbancar a crendice através do conhecimento. Em outras palavras, tal conhecimento, oriundo do medo ancestral do homem diante das ameaçadoras forças naturais, se corporificou no conceito moderno de técnica, que não tem como objetivo a felicidade do gênero humano, mas apenas uma precisão metodológica que potencialize o domínio sobre a natureza"*. Neste breve comentário podemos perceber de onde se origina a idéia de felicidade eterna, então, na verdade, a ciência (como está posta) não vem trazer a felicidade do homem e sim aumentar a capacidade tecnológica humana.

Este ideal que se criou, forma homens que não sabem conviver com a tristeza nem com a derrota, que são sentimentos comuns ao ser humano; fazemos tudo em busca desta "felicidade" que está solidariamente ligada aos ideais do consumo, onde quem consome é feliz (não é à toa que os índices de criminalidade são altíssimos[3]). Confundimos facilmente felicidade com prazer, queremos consumir, sermos melhores do que os outros, tudo isto em busca de uma falsa felicidade, que na verdade é a pura alimentação de nossas sedes mais animais.

No ponto central de toda esta discussão está a escola, que reafirma todas essas visões, educando as pessoas com esses paradigmas e oferecendo uma formação baseada na *"razão instrumental",* isto é, formar pessoas que operem e sejam capazes de criar tecnologia com pouco espaço para crítica. Na escola, o maior espaço é dado às formas de apresentação de conteúdos visando operação dos mesmos, há pouca vinculação com o real próximo dos estudantes e muito a ver com o real futuro (a praticidade que será usada no trabalho). A

---

3 É quase um consenso que a violência é um dos principais problemas na atualidade brasileira, os anos vão passando e pouco vemos o quadro atual se modificar (quando não há piora). Muitos dizem por culpa de governantes, outros dizem que o problema é cultural, são várias as teorias que se propõem a encontrar motivos de tão grande violência. Porém, todas as teorias parecem apontar para uma solução: A Educação.

Educação, esta, sendo entendida como uma forma de modificação social de uma população, agindo desde de a infância até a fase pós-adolescência, dando uma formação capaz de suprir as necessidades do ser humano físicas, mentais e sociais. Construindo como produto cidadãos. É evidente que a educação deve ser pensada como um dos fatores capazes de alterar a realidade brasileira, e não como o único. Não há como alguém ser educado sem estar bem alimentado, a fome de alimentos supera facilmente a fome de conhecimentos. A escola brasileira enfrenta uma série de problemas dentre eles: físicos, falta de pessoal e profissionais desqualificados.

formação atual dá grande ênfase em formar pessoas para o trabalho[4]. É o trabalho que define como será a vida de alguém. Perde-se o espaço para o criativo livre, para as questões sociais, para a história da Matemática e o que influenciou na sua formação. Agora só se vêem rígidos conteúdos que devem ser comprovados em difíceis problemas.

Ousa-se afirmar que a esmagadora maioria dos livros didáticos atualmente utilizados na escola brasileira compartilha os valores e os ideais daquilo que chama-se de *sociedade técnico-científica.*

[4] No mundo moderno a força de trabalho se tornou um produto a ser vendido para os donos de meios de produção. É por essa definição que se começa a entender o que seria o trabalho moderno, onde o trabalhador dá a sua mão-de-obra em troca de uma moeda, diferentemente de tempos anteriores onde o trabalhador tinha os meios de produção e neles trabalhava para alcançar sua subsistência. O conhecimento ganhou grande ênfase nos tempos modernos, onde os trabalhadores que tem mais conhecimento e aplicam este nos meios de produção tem maiores salários.

CAPÍTULO II

CATEGORIAS DE ANÁLISE

Quando há uma proposta de análise, torna-se necessário dizer a partir de que olhar se estará elaborando esta análise. Não é fácil efetuar a escolha de quais serão os referenciais a serem seguidos. Há uma questão profunda envolvida nesse processo, pois esse momento é crucial para o entendimento do que vai ser dito no trabalho. Diante desta necessidade, elencaram-se algumas categorias de análise, que nada mais são do que o referencial teórico.

Quando se fala de ensino em ciência, existem algumas correntes, cada uma "defendendo" seus pontos de vista. Há desde uma visão de democratização da ciência, tornando as pessoas capazes de discutir os problemas científicos, até visões que fortalecem a posição dos cientistas acima do social.

Pode-se elencar estas correntes, dentre elas uma grande corrente, que desencadeia toda uma série de conclusões acerca da ciência e tecnologia: é a que *desconsidera a existência de construções subjacentes à produção do conhecimento cientifico-tecnológico* (AULER e DELIZOICOV). Esta visão não leva em conta a própria história do processo de construção científica, dando à mesma uma independência das relações sociais que a envolvem. Sendo assim a ciência estaria numa posição à parte da sociedade, não mais dialogando com o ser humano e sim determinando o mesmo (controlando as ações). Junto a esta concepção se enquadra a visão de neutralidade da ciência, estando sempre isenta de decisões políticas e não mais "a serviço" do homem. No que diz respeito à questão epistemológica toma-se a ciência como um agente de verdade irrefutável e não mutante. Dentro desta perspectiva, os dois autores acima citados dividiram essa corrente em três grandes categorias que eles intitulam de *"Mitos"*.

A primeira discute a superioridade do modelo tecnocrático, sendo este modelo melhor em comparação a qualquer outra forma de conhecimento, formando uma verdadeira ditadura da ciência. É deste mito que originam-se concepções como a ciência conferidora de verdade única, só podendo ser discutida pelos próprios tecnocratas. Esta visão se apóia naquela de que o método científico é perfeito e a realidade fenomênica é algo capaz de ser descrita de modo universal e inequívoco.

Como na Idade Média Deus era a máxima verdade, a ciência quase se tornou um ente, isentando o homem da responsabilidade daquilo que ele produz. Esta se tornou sinônimo de progresso não se devendo discutir as suas determinações.

A segunda categoria discutida pelos autores diz respeito à *perspectiva salvacionista da ciência e tecnologia*. É neste mito que se enquadra a ciência como método que vai levar o homem à felicidade e à liberdade. Esta visão dá ao tecnocrata um desprendimento em relação ao que ele mesmo produz, deixando, assim, de perceber os efeitos que determinada tecnologia vai gerar na sociedade. Considera-se que qualquer invento vai ser benéfico em última instância, pois se faz em nome do progresso e do desenvolvimento. O tecnocrata se distancia das próprias conseqüências sociais de seu invento, a que ela se presta e como será empregada

Os problemas parecem só encontrar solução científica, não se considerando as questões sociais que podem estar gerando o mesmo. Fica-se à espera que a ciência resolva o problema da superpopulação mundial, da fome, da seca, esquecendo-se de que mudanças na própria perspectiva do homem em relação aos outros homens podem ser um bom caminho para a resolução de tais problemas.

Dentro desta visão se enquadra a concepção de "problema natural" que, por exemplo, a África vive (situação de fome constante) pois, se o problema é natural daquele local, isenta-se, desta forma, os outros países de qualquer participação na mudança desse grave quadro social. Fica-se à espera de uma solução mágica e nada garante que, se esta solução existir, será dividida entre todos os seres humanos.

A terceira e última categoria discute a questão do *determinismo tecnológico*; dentro desta perspectiva, a tecnologia funciona como motor e ao mesmo tempo limitador social. Motor, pois provoca as mudanças sociais através das suas tecnologias, e, limitador, pelo fato da evolução humana só ser possível mediante a evolução cientifica primeiro.

A ciência é vista de maneira independente da sociedade, algo fora do próprio homem, não precisando do mesmo para sobreviver. A ciência vive isolada do homem e cabe a ele acompanhar e ser capaz de perceber a sua grandeza e, a partir disto, determinar o progresso em sua vida. As descobertas científicas são infinitas, dando origem a linearidade do conhecimento. Busca-se sempre mais conhecimento.

É neste mito que se enquadra a visão de progresso, como se sempre houvesse algo a evoluir. O conhecimento é infinito, a verdade não tem limites. Neste momento que se enquadra a visão de trabalho moderno, onde temos que executá-lo para sermos sempre melhores e estarmos em constante evolução. O trabalho se justifica como prática que nos levará ao progresso.

Esta visão que encara a ciência como independente, desvincula o conhecimento do social, isto é, não leva em conta que a ciência é uma atividade social. Se um determinado campo avança tecnologicamente, isto só acontece pois há interesses envolvidos na produção daquele conhecimento. O determinismo ignora a responsabilidade do homem no próprio conhecimento e no desenvolvimento científico.

A concepção determinística gera um conflito com o ideal democrático, pois põe fim às discussões e questionamentos, assumindo haver uma única possibilidade boa para o ser humano seguir: a ciência. Isto subtrai do homem a crítica àquilo que ele mesmo produz. Em nome da razão pura (vista como verdade única), o homem abre mão da principal característica da razão: a dúvida (Descartes). A política, desta forma se perde e fica subjugada à visão dos especialistas que se tornam verdadeiros ditadores da humanidade, “ditando” o que o homem deve fazer. A ciência se torna o caminho único e incontestável.

Outra discussão importante a ser abordada é a do homem influenciando e sendo influenciado pela Matemática. Essa relação que subordinou a Matemática a apenas um lugar – o de servir ao homem na busca de suas ambições – , fez com que a mesma perdesse, em parte, seu aspecto artístico e filosófico, ficando restrita apenas ao lado operacional, como se fosse uma ferramenta do homem. Esta visão limita a Matemática apenas a coisas práticas. Sendo assim, os conteúdos que serão adotados no programa curricular devem formar operadores e não Matemáticos.

Outro relevante ponto a ser analisado em um livro didático de Matemática é a visão política do autor e a maneira como ele dialoga com ess ela em suas apresentações. Cabe salientar que, cada um de nós acha-se inserido em processos dos quais não estamos plenamente conscientes. Cada autor compartilha com seu grupo social de valores e de visões de mundo que têm que ser colocados em evidência num processo crítico. Pois o livro pode, de maneira muito sutil, introduzir visões ideológicas para o aluno. É impossível se fazer um livro de maneira isenta, porém um livro que apenas operacionaliza e apenas apresenta a importância Matemática para o trabalho moderno oferece grande risco ao aprendizado e mostra como o autor está descomprometido com o aprendizado da Matemática de maneira integral. Caso não façamos essa análise, corremos o risco de ficarmos reféns do modo sutil como são introduzidas certas visões ideológicas.

Quanto à disposição dos conteúdos, verificam-se duas possibilidades: a de Rede e a de Linearidade. Definidos por CAROLINO como sendo o conceito de Rede enxergando não haver um caminho a ser seguido no conhecimento, o mais importante seria o aprendizado. Não há partes do conhecimento, por isso o todo não é a soma de partes. Já no conceito de Linearidade, o conhecimento é apreendido de forma linear e acumulativa. A ordem é restrita e deve ser seguida (falaremos mais sobre Rede e Linearidade).

Por último, os conteúdos a serem abordados dentro de um livro devem seguir uma seqüência lógica. Encontrar uma ordem é uma tarefa difícil, mas esse caminho deve ser organizado. Como um aluno poderia aplicar a multiplicação se ele não entende bem o que é um soma? (Logicamente não estou querendo ferir o conceito de Rede, posto acima). Um bom livro deve abordar também em que contexto filosófico a Matemática emerge, ou seja, como o pensamento da época influenciava na própria construção do conhecimento científico. Outro aspecto importante a ser abordado em um livro didático de Matemática é a sua história[5]. Tudo isto pode conduzir o aluno a perceber uma nova possibilidade de estudo desta disciplina, pois o estudante tende a naturalizar os processos, achando que a Matemática é estática e já está toda desvendada. Por estes motivos, a história da Matemática deve ser abordada.

[5] A Matemática, como toda ciência, tem uma história. Para entendê-la, devemos tentar reproduzir o processo temporal no qual determinada ciência foi sendo construída pelo homem.

CAPÍTULO III

METODOLOGIAS DE ENSINO DE MATEMÁTICA

Este momento do trabalho será dedicado ao estudo de dois conceitos fundamentais para o entendimento do possível futuro das Metodologias de ensino na Matemática e do passado: Rede e Linearidade, onde o conceito de Rede é mais moderno em contrapartida ao de Linearidade. Posteriormente a este comentário, colocaremos algumas considerações sobre um movimento que muito influenciou nas metodologias de ensino de Matemática na década de 50 e até hoje ainda tem seus resquícios sentidos: a Matemática Moderna. O estudo destes dois temas é fundamental para dialogarmos na análise do livro didático.

3.1 – O conceito de Linearidade

O conceito de Linearidade, como o próprio nome já diz, remete à idéia de linha e linear. Uma boa analogia que podemos fazer para entendê-lo é com o tempo. Na visão moderna, após a revolução científica, o tempo está posto de maneira linear, onde um fato passado não pode se repetir (essa concepção atual é tão comum para nós contemporâneos, que até estranhamos outra forma de pensá-lo) e há a sucessão de acontecimentos, igualmente ao modelo de Função, onde podemos entender o tempo como a variável independente.

Na construção dos currículos matemáticos atuais, a linearidade é verificada pois os conteúdos obedecem a uma ordem estática onde há sempre uma relação entre o conteúdo anterior e o atual, ou seja, o segundo só pode vir depois do primeiro. Esta linearidade ainda é resquício do movimento de Matemática Moderna, que pregou a ordenação de conceitos desta forma. Apesar de dado como finalizado, este movimento ainda influencia os currículos de Matemática atuais dado que, após a verificação de seu fracasso, não houve nenhum outro levante de tanta amplitude como esse.

CAROLINO, ao analisar os currículos de Matemática da década de 60 (época auge da Matemática Moderna) coloca: *"comparando-os, vamos destacar um traço marcante em sua organização, apesar de pouco discutido, que é a linearidade na construção do conhecimento matemático. Apoiados num modelo curricular cartesiano, os elaboradores de currículos parecem aceitar a necessidade de cumprir metas cartesianamente definidas, num dado espaço de tempo, em que um certo conteúdo só pode ser introduzido após um determinado conteúdo precedente e que cada unidade justifica-se em termos da sua utilidade para a unidade seguinte"*. Continua com: *"Essa linearidade – que se concretiza em uma sucessão de tópicos que devem ser apresentados numa certa ordem, embora possa parecer, a principio, detalhe de pouca importância –, conduz a uma prática educativa excessivamente fechada, em que há pouco espaço para a criatividade, para a utilização de estratégias metodológicas como a resolução de problemas, para a abordagem interdisciplinar, para o estabelecimento de relações entre os diferentes campos matemáticos, enfim, para a consecução de metas colocadas para o ensino de Matemática pelas recentes propostas curriculares"*.

A Linearidade no ensino é, sem dúvida, uma questão central que vai gerar uma série de conseqüências. CAROLINO elencou algumas, que vamos, agora, discutí-las. A *"prática educativa excessivamente fechada"* se dá pois os conteúdos vêm ordenados no livro, não podendo, desta forma, potencializar uma outra proposta de ordenação dos mesmos. O professor fica refém do que está colocado, o que gera *"pouco espaço para a criatividade"*. Tanto para o professor quanto para o aluno, não há espaço para discussões e o conceito de eqüidade (tratar realidades diferentes de maneiras diferentes, adequando a melhor possibilidade de acordo com as maiores necessidades locais) fica esquecido, isto é, o professor não pode realizar uma forma de ensino que melhor se encaixe em sua realidade local. Os "problemas" resolvidos são sempre os já postos, que em sua maioria são extremamente abstratos, não tentando colocar os mesmos mais próximos aos alunos. Como a proposta curricular vem fechada e sem nenhum tipo de relação com outras disciplinas, a idéia de "*abordagem interdisciplinar*" ficou relegada. Como concluí a autora, sem a interdisciplinaridade, há uma menor possibilidade de contato com outras áreas de exploração da Matemática como, por exemplo, a música. Outro problema gerado pela Linearidade na apresentação dos conceitos é o acúmulo dos mesmos, isto é, o conhecimento é visto como algo que sempre se agrega, como se fosse um baú que vamos enchendo.

3.2 – O conceito de Rede

O conceito de Rede é a contraposição do conceito de Linearidade. Ele propõe que o conhecimento não se dá de forma linear e o mais importante é o fim, não importando o caminho a ser seguido: o que vai valer é o aprendizado final. Não mais se detendo em caminho rígidos, o conhecimento seria uma rede onde tudo se conecta de alguma forma, por algum lado. A noção de acúmulo de conhecimento perde espaço, dado que não há mais a qualificação desta forma, não há mais partes e sim um todo que não é visto como a soma das partes.

Esta visão de Rede é recente e está presente na maioria dos movimentos que surgiram pós-Matemática Moderna, porém a idéia de Rede ainda é muito pouco difundida. Há uma raiz nesse conceito ligando a idéia de interdisciplinaridade, diferentemente de como ocorre atualmente, onde cada matéria tem seu bloco e não dialoga com outros saberes. Este é um dos pontos mais delicados, pois os atuais sistemas de ensino não estão preparados para trabalhar com a questão da interdisciplinaridade, o que pode gerar erros quanto ao que seria interdisciplinaridade. Esta proposta se vincula estreitamente com o mundo matematizado, pois com o amplo uso da Matemática há a possibilidade de ligá-la a outras áreas do conhecimento de maneira simples sem que esta ligação pareça algo forçado.

Na Rede, as idéias de contexto ao qual influencia a Matemática e a história da mesma, ganham força, pois é através delas que os conteúdos vão se ligar, não apenas através de uma exigência lógica linear (como está na maioria dos livros) e sim de como eles foram surgindo no tempo (pois, se tratando de Matemática, os conceitos dificilmente surgem da maneira linear que estão colocados no livro). É óbvio que a ordem de escolha dos conteúdos do livro tenta organizá-los através de uma lógica, pois apresenta-los de acordo com a cronologia do surgimento de cada um sem uma explicação histórica, tornaria inválido, pois, da mesma forma, o aluno não iria entender a organização dos conteúdos.

Esta idéia valoriza um aspecto praticamente perdido dentro das salas de aula: a constante evolução do saber matemático. Os alunos têm a impressão de que, na Matemática, tudo já está pronto e nada mais pode ser construído. Isto é uma falha que afasta o aluno da própria matéria, dado que ele não vê nela a possibilidade de criação. No entanto, se ele conhecer o contexto e a história da matéria, pode entrar em contato com a criação dos conceitos e como isso se deu no tempo, percebendo, então, que nem sempre a Matemática foi desta forma que está hoje e, ainda mais, que a mesma está em constante evolução.

Nesse processo, a escola funciona como pólo capacitor da Rede, sendo um ponto que, ao mesmo tempo, contendo tudo que a Rede pode oferecer. Ela deve ser capaz de formar cidadãos e não somente técnicos. CAROLINO define como tarefas essenciais para a formação de um ser humano:

- "Sua inserção no mundo do trabalho, no qual são constituídas as bases materiais de uma existência digna e autônoma";
- "Sua inserção no mundo das relações sociais, regido pelo princípio da igualdade";
- "Sua inserção no mundo das relações simbólicas (ciências, arte, religião e etc.), para que ele possa produzir e usufruir conhecimentos, bens e valores culturais."

Na rede, se busca entrelaçar todos os componentes necessários a uma boa formação, isto é, toda uma proposta de formar cidadãos críticos e criativos que possam ser conscientes de suas relações sociais e de suas capacidades individuais.

3.3 – Matemática Moderna

É a partir da década de 50 que se começa a pensar sobre metodologias de ensino da Matemática. O que se via, então, era o mau acolhimento do aluno com relação à Matemática. Desde essa época, o ensino da Matemática era insuficiente e poucos alunos aprendiam. Este quadro gerava a necessidade de repensar o currículo escolar desta disciplina. É neste momento histórico que surge uma forte corrente que teve grande influência no ensino matemático: a Matemática Moderna, a qual é vista por CAROLINO como um movimento onde o conhecimento se dá de maneira linear e fincado na teoria dos conjuntos como base para apresentação de outros conceitos. Esse movimento surgiu para suprir as necessidades do mundo que mudava àquela época. A Guerra Fria começava a se configurar e era necessário que o mundo ocidental se aperfeiçoasse para estar sempre à frente do mundo socialista.

Os conceitos matemáticos eram apresentados a partir da teoria dos conjuntos, isto é, os temas abordados deveriam ser apresentados a partir das noções de conjuntos, pertence ou não pertence, por exemplo. O conhecimento era considerado linear, isto é, o aluno deve aprender dentro de um padrão fixo, onde se estabelecia o que deveria vir primeiro e assim sucessivamente, de forma bastante ordenada. Esta característica dava a Matemática Moderna pouca flexibilidade.

Como movimento, a Matemática Moderna teve grande difusão sobre o mundo. Ao falar sobre a análise do contexto do movimento, CHARLOT diz: *"ela permite recolocar o foco nas interferências econômicas, sociais e ideológicas dessa reforma e, por outro lado, observar que seus promotores tinham objetivos bem diferentes daqueles que foram atingidos"(retirado do livro de Carolino).* A afirmação acima comprova como o movimento foi influenciado por fatores externos, servindo a eles. CAROLINO diz quanto à reforma da Matemática Moderna que esta *"inscreveu-se muito claramente numa política de formação a serviço da modernização econômica",* novamente essa afirmação da base, ao que já foi dito, de como esta reforma estava voltada para área econômica, ao invés da Matemática, colocando, assim, a mesma a serviço do capital. Ainda caracterizando o movimento, CAROLINO diz*: "A preocupação central era de se ter uma Matemática útil para a técnica, para a ciência e para a economia".*

É interessante se perceber, também, que tal movimento tinha ambições diferentes daquelas que foram alcançadas. Os pensadores que formularam essa metodologia buscavam com ela melhorar o ensino da Matemática, porém tais objetivos não foram conquistados. O que se viu foi uma Matemática extremamente baseada em definições e pouco ligada à criação. O ensino não se prestava nem para formar cientistas, nem técnicos e muito menos colaborava na educação cidadã, aqui entendida como educação libertadora, crítica e criativa.

Dentre os motivos que levaram ao fracasso da Matemática Moderna tem-se: o próprio professor tinha pouco entendimento quanto ao conteúdo a ser transmitido; a valorização dos conteúdos ao invés dos métodos; pouca ou nenhuma ligação com o real (intensa abstração); a Matemática reduzida à linguagem e sendo estudada como uma. Fazendo uma reflexão sobre o movimento CAROLINO conclui: *"o movimento Matemática Moderna apresentava uma proposta explicita, na qual expunha seus compromissos com o progresso técnico, assumia a Matemática como base de uma cultura voltada para a ciência e a tecnologia e tinha como meta ensinar ao aluno mais a abstrair do que se preocupar com as aplicações diretas"*.

Pode-se dizer que o movimento Matemática Moderna é filho da *sociedade técnico – cientifica* e suas propostas se assemelham, em muito, com o ideário de uma formação voltada para a ciência onde se esquece qualquer outra possibilidade de contato com o real a não ser a própria ciência.

Veremos a seguir uma idéia que está na raiz das questões postas acima da mentalidade técnico-científica, a saber, a idéia de causa. Tematizado desde sempre pela história do conhecimento, o problema das relações entre fenômenos diversos através da causalidade e a forma que o homem contemporâneo coloca esta questão está na origem de alguns problemas que encontraremos na investigação científica e, por conseguinte, na organização do livro didático.

CAPÍTULO IV

A IDÉIA DE CAUSA

Dando continuidade ao estudo, veremos um pouco da visão de causa antes da revolução científica e perceberemos como, filosoficamente, a visão atual ainda está bastante ligada à antiga (aristotélica).

4.1 – A visão de causa para Aristóteles

A sociedade moderna tem a Grécia como uma de suas grandes influências. Este país, localizado na Europa Oriental, foi o berço de uma civilização que viveu seu apogeu acerca de 2250 anos atrás. A Grécia influencia nossa cultura atual de várias formas. Foi lá que nasceu uma série de termos altamente utilizados atualmente. Ela não só influenciou a nossa linguagem, mas também no campo da filosofia e da política teve, e tem, grande notoriedade. Os gregos acreditavam em um mundo ordenado e organizado e, por isso, capaz de ser descrito. Há muito que se dizer sobre a Grécia antiga, vou me deter, apenas, em uma parte do pensamento aristotélico.

São vários os nomes de grandes pensadores gregos que se pode citar, dentre eles está Aristóteles – sem dúvida, um dos maiores – que atuou em uma série de campos: Filosofia, Física, Política e outros. Aristóteles formulou uma grande teoria quanto à origem das coisas, buscando encontrar uma explicação racional para as mesmas. A teoria das causas formulada por ele é uma forma de pensar o mundo onde tudo tem uma explicação, seja temporal ou não, porém, a existência das coisas pode ser explicada. Aristóteles pensava o mundo a partir de quatro causas: a formal, a final, a motora e a material.

A primeira causa é a Causa Material, ou seja, daquilo que a coisa é feita. Se uma mesa é feita de madeira, a madeira é a causa material da mesma. A matéria é a forma em potência, ou seja, a capacidade de se tornar algo. Aristóteles acreditava que não poderia se conhecer a matéria de que Deus é feita, acreditava ainda que havia matérias que serviam para determinadas formas apenas, ou seja, não dava para se fazer com lã um serrote.

A Causa Formal *é a essência que, aliada à matéria, fornece as determinações e características do indivíduo* (CRESSON). A Causa Formal identifica os seres de uma espécie e distingue as características de cada ser de um outro, onde cada um tem a sua própria determinação. Esta causa é a potencialização da matéria e não podemos ver a matéria sem antes vermos a forma; a matéria é idealizada, construída pela capacidade da razão que o homem tem. Não se vê matéria (substância) e sim forma. O homem só é o que é por sua forma. A mesma coisa se pode pensar de uma árvore, a forma representa muito mais do que os caracteres físicos. A forma é a diferença de cada um para cada um, em última instância, a definição de cada ser.

A Causa Eficiente é o motor que gere a coisa, o que levou ela a ser aquilo que é. A causa motora de um quadro de pintura é o pintor; dos seres vivos, os próprios seres onde cada um é gerador do outro ser vivo, um ser vivo "nasce" de outro ser vivo e assim sucessivamente, criando assim uma infinita cadeia.

A Causa Final é a própria finalidade do ser, para aquilo que ele é "feito". Esta causa esta intimamente ligada a Causa Eficiente, pois é a origem da causa motor, ou seja, é o objetivo que leva o motor a produzir a coisa, isto nada mais sendo do que a própria finalidade da coisa.

Podemos definir também uma hierarquia entre as causas, onde a Causa Formal é a principal delas, vejamos o porquê: a Causa Final nada mais é do que a própria forma do ser, o ser cumpre a sua finalidade quando assume a sua forma desejada. A Causa Material, como já dito, só é percebida através da forma, não se vê potência, e sim realização (forma). A Causa Eficiente está ligada a Causa Formal, pois o motor se move em busca da forma. Portanto, a Causa Formal era considerada, por Aristóteles, como a principal causa das coisas existirem.

Esta questão está intimamente ligada ao pensamento de Aristóteles quanto ao movimento. O movimento só existiria, pois as coisas buscariam a forma perfeita. Deus entraria neste exato momento, pois Deus seria a forma perfeita, os seres se movimentariam em busca de se tornar esta forma. Porém, Deus não tinha consciência deste movimento, pois a única coisa que Deus faria seria pensar em si próprio, na sua própria perfeição. Portanto este Deus não tem nenhum vínculo com a visão cristã de Deus.

4.2 – Método da Dúvida, Descartes

Descartes é considerado um dos grandes pensadores modernos, ele com seu *Discurso do Método* fez a ligação entre o lado abstrato do ser (matemático, lógico) com o lado real (empírico). Para ele, a relação entre esses dois fatores era inevitável, pois só poderíamos comprovar o real através do pensamento.

Este pensador era um racionalista, defendia a razão como princípio de verdade e em seus trabalhos, Descartes, na busca de encontrar as verdades do mundo (e conseqüentemente a sua), elaborou a *dúvida metódica*, definida por CHAUI como o meio: *"pelo qual o sujeito do conhecimento, analisando cada um de seus conhecimentos, conhece e avalia as fontes e as causas de cada um, a falsidade e a verdade de cada um e encontra meios para livrar-se de tudo quanto seja duvidoso perante o pensamento"*.

Descartes funda uma escola da dúvida, esta sendo o artifício do pensamento que será capaz de encontrar as verdades. Ele acreditava no pensamento como solução e na Matemática como método ou linguagem. Fez uma série de estudos em planos fundando a Geometria Analítica, tendo assim, importante papel na Matemática, pois seus métodos matemáticos são muito usados na busca de se obter a verdade, seja na Física, na Filosofia ou nas ciências de uma maneira geral.

4.3 – O Iluminismo

Pode-se dizer que grande parte do pensamento filosófico ocidental vem de uma corrente que surgiu em meados do século XVII: o Iluminismo. Este nome deve-se ao fato de seus pensadores acreditarem estar rompendo com a idade das trevas (Idade Média) trazendo a luz (razão) ao ser humano. Os iluministas acreditavam na razão como fonte de progresso e esperavam que, a partir dela, o homem conseguiria alcançar a liberdade.

Os três princípios básicos do Iluminismo, MOTA e BRAICK dizem ser:

- "Universalidade – o projeto visava a todos os seres humanos, independentemente de barreiras nacionais ou étnicas".
- "Individualidade – os seres humanos devem ser vistos como pessoas concretas e não apenas como integrantes de uma coletividade".
- "Autonomia – os homens estão aptos a pensar por si mesmos, sem a tutela da religião ou ideologia e a agir no espaço público a fim de adquirir, por meio de seu trabalho, os bens de serviço necessários à sobrevivência material".

Estes três princípios são, sem dúvida alguma, balizadores da sociedade moderna e a visão de nexo causal neles está implícita através da razão. O homem, através da razão, poderia encontrar as explicações para o mundo sem a necessidade de nenhuma força externa: o ser humano teria tudo dentro dele mesmo que é necessário para a sua sobrevivência, pois ele teria sua razão, sua força de trabalho e sua autonomia em relação aos outros. Cria-se assim o princípio da razão como dependência do homem, sendo assim, é mais do que necessário que o homem pense, pois é isto que dará a sua liberdade. Quanto ao aspecto social, os pensadores iluministas acreditam nos ideais de Liberdade, Fraternidade e Igualdade para todos.

Havia uma questão filosófica muita profunda que assolava na época, quanto ao que vinha primeiro: a experiência (empiristas) ou a razão (idealistas). Beberam na fonte destas duas grandes correntes filosóficas uma série de pensadores iluministas, cada um acreditando em uma das duas. Immanuel Kant, que não é considerado um iluminista, tentou propor uma solução a esse dilema dizendo que não havia uma determinação direta que pudesse ser descrita, ou seja, não poderia se dizer que nem a razão determinaria as experiências, nem o contrário. Esta questão da determinação em Kant foi superada, mas a noção de causa ainda permaneceu no homem e até mesmo no pensamento kantiano.

4.4 – A Matemática e a noção de Causa

Quando se busca a causa de algum fato, procura-se saber os motivos que justificaram tal coisa ser realizada. Esse modelo (causal) simples é uma característica básica do ser humano, diferentemente de outros animais que não se questionam quanto à razão das coisas e nem buscam explicações racionais para tal, já que só o ser humano é dotado de razão.

Para identificar a causa de algo, saímos à procura de evidências que possam nos dar dados sobre o ato realizado. Estas evidências podem ser de cunho mental, espiritual e corporal (sentidos). A união ou não desses fatores sustenta uma hipótese para um fato ocorrido. Esse método é o hegemônico na sociedade contemporânea.

A Ciência Moderna pensa e busca evidências que se sustentem em dois dos três fatores mencionados acima: um é o lado mental, ligado à lógica e da razão; o outro é o lado corpóreo, através da experiência (esta última dá sustentação às causas encontradas com o uso do lado cognitivo). A união destes fatores forma o conhecimento científico, que precisa ser lógico e, ao mesmo tempo, capaz de ser constatado no real por meio de alguma experiência.

Na Matemática, quando pensamos em causa, tem-se o lado das experiências que dá lugar apenas a lógica, não há mais a necessidade de se constatar no real e sim de se verificar dentro das *"leis matemáticas"*.

Um dos principais modelos matemáticos de causa é o de Função, que relaciona duas variáveis, onde uma depende da outra, ou seja, a variação de uma é causada pela variação de outra. O processo matemático que dá origem a uma função é realizado na busca de se representar, matematicamente, a variação de duas coisas. Da mesma forma que no modelo real causal, encontramos a exata explicação de algum fato, isto é expresso na Matemática quando encontramos, associada a um valor do eixo das ordenadas, um valor no eixo das abscissas.

Função é um modelo de pensamento causal na área da Matemática. Esta noção de causa, posta em questão pela função, gera uma série de possibilidades na Matemática. Fazendo a ponte entre o real e o abstrato, temos, de um lado, o modelo de Função ,abstrato e matemático, e, de outro, o método causal , utilizado pelo homem para compreender as coisas de uma maneira geral. Função foi um excelente modelo Matemático que se encaixou no método causal.

CAPÍTULO V

A ANÁLISE

Nesta fase do trabalho, será percorrido todo o caminho feito pelo autor no livro: os exercícios e explicações contidas no capítulo de Função.

5.1 – Primeira parte

O capítulo de Funções do livro didático é dividido em nove partes. A primeira se intitula *Noção Intuitiva de Função*. A explicação é feita em uma página e meia sendo usados exemplos para a mesma. Não se dá espaço a uma explicação histórica, não há espaço para uma relação com as artes e os exemplos pouco demonstram a realidade.

O aluno, ao chegar neste capítulo, ainda não tem nenhum conhecimento de Função e é dedicado um espaço físico muito pequeno dentro do livro para a introdução deste conceito. Há apenas um período (no sentido gramático) comentando sobre funções, que diz: "*o conceito de função é um dos mais importantes em Matemática. Ele está presente sempre que relacionamos duas grandezas variáveis. Vejamos alguns exemplos:"*

Apenas esta frase é colocada antes de se introduzir exemplos. Uma frase pouco sólida e que explica pouca coisa. Falta a ela a explicação dela mesma. Não há um espaço se explicando porque o conceito de função "*é um dos mais importantes*". E está muito vazia a afirmação que diz ser Função a "*relação de duas variáveis*", o que dá uma impressão de que tal conhecimento é pequeno, dado que conseguiu ser sintetizado em apenas três palavras. Não que estejam erradas, mas, como disse, a impressão que se tem é de um vazio. Esta afirmativa não é retomada nem aprofundada em nenhum outro momento deste capítulo.

Há uma ausência de explicação do que seriam variáveis. Em Matemática se usa muito *X* e *Y,* porém essas duas letras parecem fazer pouco sentido para os alunos que sabem que elas são as variáveis, mas não entendem qual a relação existente. Da forma que são colocadas essas letras, fica uma impressão de que elas são reais. Provavelmente, se estas forem substituídas por K e J, os alunos terão grande problema no aprendizado, pois a eles foi colocado de tal forma mecanizada que não conseguem entender que as letras são apenas símbolos. Nos exemplos, o autor ainda coloca outros símbolos para designar variáveis, porém nos exercícios é uso de X e Y é bem maior do que a de outras variáveis.

Após esta explicação, o autor procura usar o método da utilização de exemplos para posteriormente definir conceitos buscando que o aluno vá construindo o conhecimento por si só. Os conceitos são definidos depois de do aluno experimentar situações de seu uso.

O primeiro exemplo é o do valor a ser pago pela gasolina, em reais, em função dos litros que o consumidor queira. Sendo o valor de um litro de gasolina o coeficiente a. este exemplo está intimamente ligado as questões reais, dado que quem tem carro está, a todo momento, entrando em contato com esse tipo de conta.

O segundo exemplo trata do perímetro do quadrado em função do lado; uma questão da Geometria elementar. O aluno, ao ler esse exemplo, já deve ter bem solidificado os conceitos necessários para se realizar a conta a ser feita para encontrar o perímetro de um quadrado através de um lado.

O terceiro exemplo coloca ao aluno uma máquina abstrata que ao entrar na mesma, ela dobra o valor desses números. Este exemplo põe em prática um problema de Aritmética elementar, onde ao aluno é necessário o conhecimento de multiplicação para o entendimento do exemplo.

O quarto e último exemplo coloca a distância que um carro percorre em função do tempo. Exemplo este que propõe ao aluno um problema físico. No problema há várias coisas implícitas, como a velocidade do móvel que aparece quando se olha para o coeficiente a, que o movimento é retilíneo e uniforme e com isto a velocidade é constante. Este exemplo é super interessante, pois um aluno atento pode perceber como o conhecimento matemático é fundamental na Física.

Após esse período de explicação do que seja função o livro propõe ao aluno dez exercícios. Os exercícios 1 e 2 são parecidos e buscam construir junto com o aluno o que seria a *lei* da Função, colocando uma máquina que opera números a partir de uma regra, o que o autor busca, através das questões, que o aluno perceba qual a lei da Função. O exercício 3 faz o contrário, ao invés de dar a máquina e pedir qual a lei, ele dá a lei e pede que o aluno complete a tabela com os números de entrada (que ele define como variável independente nos três exercícios) e com os números de saída (que o autor coloca como variável dependente).

O quarto exercício coloca um exemplo da vida cotidiana, isto é, o salário de um vendedor fixo (coeficiente linear) e o ganho percentual do vendedor no valor total das vendas da loja. As questões são novamente para o aluno identificar a lei e as variáveis. Já o quinto exercício faz o inverso, dando os valores a serem pagos por uma peça de informática (progressão constante) e pedindo ao aluno que ele identifique a lei.

Os exercícios 6 e 7 colocam problemas de função de ordem geométrica (relação entre lado do quadrado e diagonal e lado e área) pedindo, em um, que o aluno encontre a lei e, no outro, dando a lei e pedindo os valores encontrados com a mesma. O exercício 8 propõe ao aluno o cálculo do coeficiente linear através do exemplo da renda diária de um cabeleireiro e dá os valores para que o aluno encontre a lei; as questões estão pedindo para que o aluno calcule quanto o cabeleireiro vai ganhar com diferentes quantidades de clientes. O exercício 9 coloca ao aluno uma lei que associa a cada número natural o seu sucessor e pede que ele identifique quem está em função de quem e a lei desta relação.

O último exercício, 10, pede ao aluno que ele analise uma tabela e encontre a lei de crescimento dos números da tabela. A tabela está incompleta com algumas variáveis dependentes sem seus valores correspondentes. Ao aluno é solicitado que, após encontrar a lei, dê esses valores.

Nesta parte do capítulo, o autor busca que o aluno compreenda bem o que é a lei de uma Função e a partir de que o aluno pode encontrar essa lei, mostra ainda que Função está ligada a várias áreas, sejam estas áreas do conhecimento ou não. O autor também introduz em alguns exercícios o conceito de função afim, porém este não é o enfoque principal: o livro busca apenas ir introduzindo gradativamente este tipo de função.

Há ausência de uma parte histórica é sentida e de uma relação com as artes também.

5.2 – Segunda parte

A segunda parte do livro no capítulo dedicado a explicação de Função se intitula: "*A Noção de Função via Conjuntos*", fica claro pelo próprio título a influência do movimento de Matemática Moderna. Movimento este que pregava que os conceitos em Matemática deveriam ser formulados a partir da noção de conjuntos. É engraçado notar que esse movimento é considerado pelos estudiosos como já finalizado, porém ainda hoje, vemos um livro utilizando seus métodos para a explicação de um conceito.

É a partir da relação de conjuntos que se explica o conceito de Função, o autor do livro coloca quatro exemplos de relações de conjuntos criados por ele mesmo e tenta, desta forma, evidenciar ao aluno o que seria uma relação que pode ser descrita através de uma lei de formação(função). Os exemplos não contam com a definição, apenas após esse momento que há a definição, o autor busca claramente com isso que o aluno perceba intrinsecamente o conceito. O autor que ao final de cada exemplo coloca se a relação é uma função ou não. Há um exemplo último que põe o conjunto dos polígonos em função da reta real.

O exemplo primeiro coloca ao aluno um conjunto(A) relacionado com o outro seguinte(B), sendo que todos os elementos conjunto A tem algum outro elemento correspondente em B, e não há nenhum elemento no conjunto A que tenha dois correspondentes em B. O autor após apresentar os conjuntos e a relação entre seus elementos faz duas proposições acerca das coisas já ditas nesse parágrafo sobre a relação dos elementos de cada conjuntos. O conjunto B conta com elementos que não tem correspondência em A. Logo após isso ele apresenta a lei que regula a relação dos elementos de A com B acrescentando que é uma função essa relação.

O segundo exemplo coloca uma segunda relação de conjuntos, dessa vez não sendo função pois há elementos no primeiro conjunto(A) que tem dois correspondentes no segundo conjunto(B). Ao final de apresentar a relação o autor coloca que aquela relação não é uma função, pois há um elemento no conjunto A que tem vários correspondentes em B.

Já o terceiro exemplo coloca um primeiro conjunto(A) que tem elementos sem correspondência no segundo conjunto(B). Por isso o autor conclui no final da amostragem da relação que a mesma não é uma função.

O quarto exemplo mostra uma relação que é uma função. O autor coloca duas proposições ao final da amostragem da relação, uma que todos os elemento no primeiro conjunto(A) tem correspondência no segundo conjunto(B), e que cada elemento em A corresponde a apenas um elemento em B. Após isso o autor põe a lei é afirma que aquela relação é uma função. Esse exemplo mostra elementos em B que tem dois correspondentes em A, dando ao aluno a oportunidade de perceber (construtivismo) que esse não é uma condição para ser uma função.

O quinto exemplo (conversar com o Márcio).

Após os exemplos o autor coloca a definição desta maneira: *"Dados dois conjuntos não-vazios A e B, uma função de A em B é uma regra que diz como associar cada elemento x E A a um único elemento y E B."*. Após a definição o autor expõe ao aluno a notação que se utiliza para demonstrar a relação dos conjuntos.

São colocados quatro exercícios aos alunos, o primeiro(onze) exercício expõe diferentes diagramas e pede para que o aluno diga se é ou não uma função, são ao todo quatro diagramas e cada diagrama apresenta uma relação diferente quanto a relação dos elementos.

O segundo(doze) e terceiro(treze) exercícios pedem para que o aluno a partir de uma lei já dada e de dois conjuntos já dado monte a associação dos elementos, sendo que o autor afirma que são funções as relações. Já no quarto exercício ele dá uma lei e dois conjuntos e pede para que o aluno afirme se é ou não uma função.

5.3 – Terceira parte

Denominada "Domínio, contra-domínio e conjunto imagem", a terceira parte do capítulo destinado a funções no livro é a continuação da parte anterior onde se começou a introduzir a idéia de função a partir da noção de conjuntos, novamente apoiada na idéias da Matemática Moderna.

Desta vez o autor faz diferente, ao invés de apresentar exemplos e depois a definição, ele logo define o que viria a ser *Domínio* da função e *Contradomínio* da mesma. Na verdade ele só faz isso, pois o aluno já trabalhou com esses dois conjuntos na parte anterior porém somente não sabia nomeá-los. Após a definição deste dois conjuntos ele também explica o que seria conjunto *Imagem*, ele faz essa explicação através da linguagem de conjuntos relacionada à função, onde *Imagem* são todos os elementos pertencentes ao *Contradomínio* relacionados com um elemento do conjunto *Domínio*.

O autor faz uso de três exemplos em sua explicação, no primeiro exemplo há dois conjuntos pré-definidos (Domínio e Contradomínio) e mais a lei da função. A partir desses três elementos o autor define o conjunto Imagem.

No segundo exemplo ele usa uma função onde não há pré estabelecido os conjuntos, daí ele mostra que esses conjuntos seriam o conjunto dos números naturais, pois esses números tornam a lei uma função, ou seja não inferem nas duas condições básicas para uma lei ser considerada uma função.

O terceiro exemplo trás duas leis pré estabelecidas e a partir destas leis se discute quais seriam os conjuntos que tornariam a lei uma função e verdadeira, ou seja não invalidariam os resultados. Pois existem leis que tem condições para tornarem-se verdadeiras, pois se não haverá um valor de X sem correspondente Y. Daí a importância de se estudar os conjuntos, pois desta forma podemos encontrar que conjuntos tornam uma função verdadeira.

O primeiro exercício(quinze) no dois conjuntos e relações pré-estabelecidos e pede ao aluno que ele identifique o que seria o conjunto Imagem, Contradomínio e Domínio. Pede também para que o aluno encontre os valores de X que correspondem a um Y que el deu e vice-versa.

O segundo exercício(dezesseis) é bem parecido com o primeiro porém difere ao não apresentar graficamente o diagrama e pedir para o aluno construí-lo. O terceiro exercício(dezessete) pede para que o aluno ao ver as leis encontre quais seriam os conjuntos Imagem, Domínio e Contradomínio. Os demais exercícios são parecidos com os outros estão ali para fixar e treinar o aluno.

5.4 – Quarta parte

A quarta parte do livro didático intitulada de *"gráfico de uma função"*, esta parte busca mostrar ao aluno como uma função pode ser esboçada em um eixo cartesiano. Essa parte não mostra uma forma de apresentar o conceito de função e sim a maneira de representá-lo graficamente, maneira esta que contribuiu em muito para a evolução do conhecimento, criando todo um método de interpretação de dados. A criação do método de representação cartesiano possibilitou ao homem uma imensa coleta de dados, e novas tecnologias capazes de captar novos dados. Portanto esse parte do livro se justifica.

O autor começa esboçando um gráfico, onde no eixo das ordenadas está o numero de candidatos ao vestibular da USP em função do ano de entrada, no eixo das abscissas. Ele faz conclusões acerca do que está "dito" no gráfico. Estas análises buscam evidenciar ao aluno como um gráfico traz informações nele mesmo. São três conclusões dizendo, tanto na linguagem numérica quanto percentual, como se deu a evolução de candidatos ao longo dos anos.

Após esse exemplo o autor introduz ao aluno as nomenclaturas dos eixos (abscissa e ordenada) e apresenta o que seria um par ordenado para representar um ponto, isto é, essa união entre uma coordenada no eixo das abscissas com uma no eixo das ordenadas, resulta em um ponto no gráfico. O autor apresenta também ao aluno o que viriam a ser os quatro quadrantes que são formados pelos dois eixos ortogonais que se cruzam formando ângulos retos[6].

O primeiro exercício (vinte e dois) pede ao aluno que ele localize pontos a partir da localização destes np plano cartesiano. O segundo exercício (vinte e três) faz o caminho inverso dados os pontos pede-se para identificá-los no plano cartesiano. O terceiro exercício (vinte e quatro) é bastante interessante, pede ao aluno para identificar pontos sobre o eixo das abscissas e sobre os das ordenadas. O quarto exercício (vinte e cinco) coloca um ponto P com coordenadas $(2x - 6{,}7)$ é diz que pertence ao eixo das ordenadas, pedindo ao aluno dar o valor de x. O quinto exercício (vinte e seis) dá dois pontos $(2x, y)$ $(3y - 9{,}8 - x)$, diz que eles são iguais, pedindo ao aluno para determinar x e y. O sexto e último exercício dessa série (vinte e sete) pede ao aluno que ele marque quatro pontos, já dados pelo autor, em um plano e os una formando um polígono.

---

[6] É Descartes o grande responsável pela introdução dos estudos no plano cartesiano, ele funda a geometria analítica (BOYER,1974). Descartes ao fundar a geometria analítica, diferentemente de como é posto, estava mais preocupado com a geometria do que com a álgebra, não era para ele uma questão de reduzir a geometria à álgebra. Em seu estudo de planos cartesianos Descartes descobre um novo método Matemático, e consegue com este resolver uma série de problemas que até então eram insolúveis. Ele, através da geometria analítica, descobre novos conceitos de várias formas geométricas.

Todos os exercícios anteriores buscam fixar no aluno, o que vem a ser um ponto e como demonstrá-lo geometricamente, e como algebricamente um ponto pode ser apresentado. Aprender matemática é também exercitar, é realmente difícil fixar um conhecimento sem fazer exercícios. Nesses exercícios não há uma ligação com o mundo em geral, tanto cotidiano, quanto com a aplicabilidade do sistema cartesiano.

É a partir de uma nova série de exercícios que se começa a vincular a localização espacial de um ponto a um lugar existente. O primeiro exercício(vinte e oito) coloca o estado do Paraná sendo o plano e as cidades os pontos. Não há a vinculação do mapa com as coordenadas reais que representam o estado do Paraná no mundo, a preocupação do autor foi outra, esta ele mais interessado em que o aluno comece a perceber quanto o plano cartesiano pode ser útil. Um aluno mais atento vai perceber que o principio usado no exercício é o mesmo quando se trata de fazer as coordenadas que realmente representam o mundo, e mais ainda, que essas coordenadas dependem de uma convenção mundial que põe o ponto (0,0) em algum lugar pré-definido. Este exercício se mostra de muita valia, pois coloca o aluno em contato com o sistema de coordenadas na terra, e como ele é feito, sendo assim unindo ao saber da geografia a Matemática.

O segundo exercício (vinte e nove) introduz o aluno na discussão acerca das coordenadas da terra(latitude e longitude), fazendo uma explicação do que viriam a ser elas e como se faz para localizar um ponto no globo terrestre. Ele introduz essa discussão colocando ao aluno da importância desse método na navegação. Após isso ele explica que como a terra não é um plano e sim uma esfera (Elipse) e a medida é dada em graus. Novamente um aluno mais atento irá perceber que essas linhas, na verdade funcionam como se a terra fosse plana, pois se a planificarmos encontraremos ângulos retos em suas intercessões. Após essa apresentação é pedido ao aluno que ele de as coordenadas em graus de pontos genéricos colocados sobre um modelo de globo terrestre.

O terceiro exercício (trinta) propõe ao aluno que ele procura em globos terrestres as coordenadas de algumas cidades reais, fazendo assim um paralelo com o mundo cotidiano.

Após a discussão a cerca do que viriam a ser eixos ortogonais, o autor propõe ao aluno um conteúdo que será retomado no terceiro volume da coleção, contudo essa é uma breve apresentação comparada com o estudo que será realizado futuramente pelo aluno. O autor define a fórmula Matemática de obtenção da distancia de dois pontos a partir de suas coordenadas. Não há espaço para exemplos, é apenas uma demonstração de como se obtém a expressão algébrica. Não é o objetivo central do autor neste momento se aprofundar no conteúdo de geometria analítica.

O quarto exercício (trinta e um) propõe ao aluno que ele encontre a distancia de dois pontos, a partir das coordenadas dadas pelo próprio livro, exercício este usado para a fixação da fórmula. O quinto exercício (trinta e dois) propõe ao aluno que ele comprove que, se um dos pontos estiver sobre a interseção dos eixos ortogonais, a fórmula pode ser ainda mais abreviada. O sexto exercício (trinta e três) pede ao aluno que ele calcule o perímetro de um triangulo a partir de três pontos dados.

Após a apresentação de como se encontra a distancia de dois pontos postos no plano cartesiano, o autor agora expõe a equação da circunferência. Explicitando uma definição de circunferência onde ela é o conjunto de pontos que eqüidistam de um ponto fixo (centro). Ele coloca ao aluno um conteúdo ao qual seu estudo será mais aprofundado no terceiro livro da série.

Dentro desta explicitação o autor demonstra algebricamente como se chega à equação da circunferência a partir da fórmula que se calcula a distancia de dois pontos num plano. É usada a própria definição dada de circunferência para se definir uma circunferência em um plano. Na equação da circunferência se encontram o raio e o centro explicitados. Esta equação possibilita que se encontre todos os pontos que pertencem a circunferência. Não há espaço para exemplos, até mesmo porque esse conteúdo (como já foi dito) será retomado pelo aluno futuramente.

Após a explicitação da fórmula são postos ao aluno três exercícios. O primeiro exercício (trinta e quatro) explicita algumas equações de circunferência e pede ao aluno que identifique qual o ponto é centro e qual o raio. O segundo exercício (trinta e cinco) é exatamente o inverso, coloca o raio e o ponto central e pede que o aluno encontre a equação. O terceiro e ultimo exercício (trinta e seis) propõe ao aluno um desafio, pedindo a ele para verificar se uma expressão dada representa a equação de uma circunferência.

O autor põe no livro uma observação ao aluno dizendo que o conteúdo será retomado posteriormente.

Ainda na quarta parte do capítulo de função é colocada uma parte destinada a orientar ao aluno quanto a construção de gráficos de função. É utilizada a notação de conjuntos pelo autor para explicar ao aluno que cada ordenada tem apenas uma abscissa formando assim um par ordenado que será representado no gráfico.

No livro a explicação de construção do gráfico de uma função é feita “passo a passo”, sendo o primeiro passo dar valores genéricos a X e encontrar a correspondência em Y. Após isso o aluno deve associar a cada par ordenado um ponto no plano cartesiano, por fim o aluno deve demarcar um numero suficientes de pontos para que assim seja possível expressar o gráfico da função (números de pontos suficientes para que dessa maneira se perceba qual a curva representa a função).

Após a explicação o autor coloca três exemplos ao aluno, o primeiro com uma função de primeiro grau, usando os passos dados pelo próprio livro há primeiro a construção de uma tabela com os valores de X dados em um conjunto Domínio, após isso marca os pontos (par ordenado) encontrados e os interliga, vendo assim a curva formada no plano. O segundo exercício usa a mesma lei do primeiro, porém os valores de X são genéricos podendo ser qualquer um na reta real. Já o terceiro exemplo põe uma função de segundo grau, o autor dá valores genéricos a X e vai encontrando sua correspondência em Y, ao encontrar um numero de seis pares ordenados o livro constrói o gráfico. Este exemplo mostra ainda uma foto de um monumento (monumento na cidade de Saint Louis) que tem a forma de uma parábola muito semelhante à curva encontrada no plano anterior, fazendo assim um paralelo entre o gráfico e formas encontradas na vida cotidiana.

O autor coloca um exercício (trinta e sete) pedindo para que o aluno construa os gráficos de seis funções, a primeira, a segunda e a terceira de primeiro grau; quarta de primeiro grau; a quinta e a sexta curvas exponenciais. O livro dá ao aluno a possibilidade de contato com três tipos de curvas de diferentes.

O autor, ainda fazendo menção ao gráfico de uma função, coloca ao aluno como identificar o domínio e a imagem de uma função a partir do gráfico, sendo que para o aluno olhar o domínio basta que ele veja a projeção da curva no eixo das abscissas e a imagem a projeção no eixo das ordenadas.

O exercício 38 dá ao aluno gráfico de algumas funções e pede ao mesmo que identifique o conjunto imagem e o domínio, no exercício são colocadas uma série de curvas distintas. Isto é interessante, pois em um momento onde o aluno está mais ligado a funções do primeiro grau, ele percebe que se pode tirar o domínio e a imagem de qualquer função, só há a necessidade de que seja função.

O autor coloca um importante tópico na quarta parte do capítulo de funções, fazendo menção a como é possível saber se a curva é ou não é uma função através do gráfico. A explicação é dada através da própria definição de função onde cada X tem apenas um correspondente em Y, isso implica que se traçada uma reta paralela ao eixo das ordenadas haverá apenas um ponto de intersecção da reta com a curva, se assim não for, não será uma função, pois haverá um valor de X com mais de uma correspondência em Y.

Apesar de parecer simples, essa explicação ela está intimamente ligada as premissas necessárias a construção de uma função. Vemos que um gráfico "diz" se uma curva qualquer é ou não é uma função, tanto pelo conceito de que todo X deve ter um correspondência em Y e que nenhum X pode ter mais de uma correspondência em Y. Então quando de esboça uma função em um gráfico este deve ter uma conformação, e a partir desta podemos determinar.

O exercício 39 pede ao aluno que ele identifique a partir dos gráficos já dados quais são e quais não são função, e que justifique por que não são função alguns. Esta justificativa se dará exatamente pelos princípios de uma função, ou seja, se algum gráfico ferir um destes não é uma função. O exercício 40 pede para que o aluno represente em seu caderno dois gráficos: um de uma função outra de um que não seja uma função. O exercício 41 dá um gráfico de uma curva exponencial e pede ao aluno que ele identifique se esta é uma função. O exercício dá uma lei e pede o aluno que identifique o domínio desta lei, ou seja, um domínio que poderá tornar esta lei em uma função.

5.5 – Quinta parte

Dando continuidade ao estudo do gráfico de uma função, a quinta parte do capítulo de função, que se intitula "análise de gráficos", se baseia no estudo anterior feito para uma boa compreensão do que está sendo transmitido. Após o aluno entrar em contato com a possibilidade de construção dos gráficos de uma função, agora terá condição de entendelos. O autor faz uma explicação em uma frase que diz que o gráfico auxilia na análise da variação de duas grandezas sendo uma dependente da outra. Esta frase implica que o aluno já tenha plena consciência de que, no caso de funções, as duas grandezas envolvidas provocam um caso de dependência de uma em relação à outra, se este não compreender isto terá dificuldades no prosseguimento do estudo. Esta frase tem um peso forte, pois vincula uma função (leia algébrica) a uma curva no espaço (geometria).

Logo após esta frase inicial é posto ao aluno dois exercícios: o de numero 43 põe ao aluno um gráfico da variação da população brasileira (o numero de pessoas em função do tempo) e pede ao aluno que ele identifique quanto era a população em dado tempo, e quanto aumentou do ano de inicio de contagem até o ano final. Este exercício é muito interessante, põe ao aluno questões ligadas a área de sociologia e geografia na área Matemática demonstra uma aplicação de função, o aluno pode perceber que o gráfico não fere as condições de existência de uma função. O exercício 44 põe um volume de uma caixa d'água em função do tempo, no exercício esta dito que o volume foi diminuindo, é pedido ao aluno que ele identifique o volume total do tanque, que ele identifique em dado momento o volume de água no tanque e que diga se o volume e o tempo variam de forma proporcional, esta ultima questão coloca ao aluno a possibilidade dele perceber o que é uma taxa de crescimento, e aos poucos o autor vai empregando no conhecimento do aluno uma questões que vinculam o gráfico formado com a possibilidade de inscrição de uma lei.

O autor nesta parte do livro faz algo diferente ao invés de iniciar com a parte explicativa, coloca um exercício na tentativa de construir o conhecimento com o aluno. E mais, insere questões do mundo cotidiano, mostrando ao aluno que várias situações podem ser descritas no gráfico. Isto tem grande importância no conhecimento de uma pessoa, pois ela se conseguir esboçar um fenômeno qualquer em um gráfico poderá tirar um série de conclusões o plano cartesiano proporciona.

Após a proposta desses dois exercícios, o autor coloca ao aluno três tópicos: *"sinal da função", "função crescente e função decrescente" e "função par e função impar*", nesta ordem. É colocado um gráfico da balança comercial brasileira, sendo colocados três curvas uma das importações, outra das exportações e outra do saldo. O autor faz uma explicação dizendo quais os anos em que o saldo foi negativo e quais os anos em que foi positivo, antes disto ele coloca que ao analisar um gráfico de uma função é possível saber quando ela é positiva (Y maior que 0), quando é negativa (Y menor que 0) e quando ela é nula (Y igual a 0). E diz ainda que quando ela se anula, os valores de X são chamados de *zeros da função*.

No tópico que trata da ordem de crescimento de uma função, no livro é colocado ao aluno que se pode saber se uma função é crescente ou decrescente, esta posto também as condições necessárias a uma função ser decrescente ou crescente. Novamente é posto no livro mais um exemplo, este exemplo é de um gráfico genérico construído pelo autor, a partir deste ele vai tecendo seus comentários com relação a curva, pois há momentos que ela é crescente e outros que ela é decrescentes, há também um comentário a cerca de quais são os *zeros da função*.

No ultimo tópico desta seção há uma explicação quanto o que seria função par e *função impar*. O autor se utiliza de dois exemplos para a sua explicação, o gráfico da função X elevado a segunda e outro de X elevado a terceira. O primeiro sendo uma função par e o outro uma função impar, o autor coloca a condição necessária a uma função para ela ser par (simetria em relação ao eixo Y) e para ser impar (simetria em relação à origem O).

O exercício de numero 45 coloca ao aluno dois gráficos de funções, e pede ao aluno que identifique em q valores de X ela é positiva ou negativa, e decrescente e crescente. As duas curvas tem momentos em que são positivas e negativas, também momentos em que é crescente e decrescente. O exercício 46 foi retirado do *ENEM,* apresenta ao aluno um gráfico que representa a evolução de uma população, pedindo que o mesmo identifique, a partir de um ano, qual o outro ano em que a população tem aproximadamente o mesmo numero de indivíduos. Este exercício trabalha com a habilidade de o aluno perceber que existem momentos em que um mesmo Y é a imagem de dois valores de X, e trabalha uma questão da área de sociologia.

O exercício 47 se baseia no gráfico da balança comercial brasileira, apresentado anteriormente durante a explanação à cerca do "*sinal da função*", lembrando que este gráfico demonstra a evolução de três curvas: a de importações, a de exportações e o saldo brasileiro que é a subtração(exportação – importação) dos valores de X das outras curvas.

É pedido ao aluno que ele identifique o período onde a exportação foi crescente e decrescente, em que período a importação foi constante, em que períodos a exportação foram menores que as importações e em que ano o saldo atingiu seu ponto Maximo e mínimo. O exercício 48 apresenta uma tabela que põe o valor de compra do dólar no inicio de cada mês a partir de janeiro de 2002 até agosto de 2003. Pede ao aluno que ele identifique quando o dólar atingiu seu valor máximo e mínimo, diz que a valorização do dólar foi crescente durante quatro meses, pedindo ao aluno que ele identifique esse período, pede ao aluno que ele identifique qual foi o período de dois meses em que houve a maior desvalorização do dólar e em que período o valor do dólar ficou estabilizado. Estes dois exercícios trabalham com gráficos usados na área de economia.

O exercício 49 apresenta um problema do mundo da Física, neste exercício há um gráfico tempo X distância, ela representa a evolução em uma corrida de um pai e um filho, sendo que o filho começou com 30 metros de vantagem, porem o pai chegou primeiro no final (esta informação é omitida, está sendo colocada para melhor visualização do gráfico). Pedindo ao aluno que ele identifique quem ganhou a corrida e qual a diferença de tempo, qual a distancia em que estava o filho quando foi alcançado pelo pai, e em, que momento aconteceu a ultrapassagem. Neste gráfico seria possível também encontrar a velocidade dividindo-se a (variação) distancia sobre o (variação) tempo.

5.6 – Sexta parte

A sexta parte do capitulo de funções *"função injetiva, sobrejetiva e bijetiva"* retorna a discussão do conceito de função a partir da noção de conjuntos. No livro são colocadas as definições a partir da linguagem de conjuntos. O autor utiliza as notações já dadas de conjunto Imagem e Domínio, que são os conjuntos que se apresentam em uma função. Neste momento são estudadas as relações que são geradas entre esses dois conjuntos.

A explicação do que seria função injetiva é feita de maneira bem direta, o autor coloca que é a função na qual os elementos no conjunto Imagem(no livro a notação dada é conjunto B), só tem um correspondente no conjunto Domínio(no livro se usa a notação A). É colocado um exemplo no livro de um função de segundo grau que na é injetiva e outro exemplo de uma função de primeiro grau que é injetiva.

Após isso é introduzida a discussão de função sobrejetiva. Novamente ele usa a notação de conjunto A e B, aqui será usado Imagem e Domínio, a explicação é objetiva: ocorre uma função sobrejetiva quando todos os elementos do conjunto Imagem tem correspondência no Domínio, ou seja não "sobra" nenhum elemento em B sem análogo em

A. São colocados dois exemplos o primeiro de uma função de primeiro grau que é sobrejetiva(é considerado para Domínio o conjunto dos números reais), o segundo exemplo põe uma função de primeiro grau (X + 1), porém se considera como sendo o Domínio e o Contradomínio o conjunto dos números naturais, haverá em contradomínio um elemento (0) que não terá correspondente, portanto a função não será sobrejetiva.

Finalizando essa explicação o livro coloca o que seria função bijetiva. Uma função é bijetiva se ela for ao mesmo tempo injetiva e sobrejetiva. São postos dois exemplos, uam função de primeiro grau que é bijetiva e uma de segundo grau que não é bijetiva.

Durante toda a explicação são utilizados gráficos representando conjuntos e pontos representando elementos, e setas ligando esses representações gráficas de conjuntos. Essa representação ajuda na compreensão do tema proposto, pois a visualização, às vezes, é melhor do que a explicação através de palavras, ficando mais "claro" ao aluno.

O exercício 55 coloca seis relações entre dois conjuntos e pede ao aluno que ele identifique quais relações em conjuntos são de funções injetivas, sobrejetivas ou bijetivas. Nesse exercício encontramos quatro relações que são feitas através de gráficos e duas que são postas através de linguagem escrita.

No livro agora se põe uma explicação de *"numero cardinal"*, que viria a ser quando em uma função pode-se estabelecer uma relação bijeção. Ter o mesmo *numero cardinal* é uma qualificação de uma relação entre os conjuntos, então um conjunto tem o mesmo *número cardinal* que outro.

São colocados três exemplos um que põe dois conjuntos onde existe lei de formação onde os elementos de um conjunto tem um correspondente três vezes maior no outro, neste exemplo cada conjunto tem seis elementos, este exemplo é de uma relação que tem o mesmo numero cardinal. O segundo exemplo coloca o conjunto dos números naturais se relacionando o conjunto dos números naturais pares, e uma lei que relaciona um número ao seu dobro, como existe uma relação de bijeção estes conjuntos tem o mesmo número cardinal, vale salientar que os dois conjuntos são infinitos. O terceiro exemplo coloca dois exemplos onde um tem três elementos e outro quatro, isto já impossibilitaria uma bijeção.

O exercício 56 pede ao aluno que ele identifique se as relações são bijetivas, são postas quatro relações, todas com uma respectiva lei. Três exemplos com relações de conjuntos finitos e uma de conjuntos infinitos.

5.7 – Sétima parte

A sétima parte do livro didático se intitula "função composta", a explicação é feita através de um exemplo: um terreno foi dividido em 20 lotes que tem a forma de um quadrado, o livro mostra que a área total do terreno depende do lado do quadrado, pois a área de cada lote é o quadrado do lado do quadrado e a área do terreno é a soma das áreas dos vinte lotes. Simplificando, se multiplicarmos por 20 o quadrado do lado quadrado obteremos a área do terreno. Ainda no livro encontra-se uma exposição gráfica disto, apresentado através do diagrama de três conjuntos, estes se relacionam, dando origem a uma função composta, duas funções agrupadas dão origem a uma.

A explicação de conta ainda com dois outros exemplos, também de ordem algébrica, porém sem nenhuma vinculação com o real. São postos ao aluno seis exercícios, o primeiro coloca duas funções e trabalha com as possíveis funções compostas criadas a partir destas. São dados valores de e pede-se que se encontre a sua determinada imagem. O próximo exercício dá função composta e uma das funções geradoras e pede que se encontre a outra função. O próximo exercício de número 60 dá três funções e pede ao aluno que encontre a partir da função composta formada pelo livro o valor da imagem de um domínio. Novamente o exercício posterior dá duas funções, e forma uma composta e pede que o aluno encontre um valor de uma imagem a partir de um domínio dado. Não mudando em quase nada, o exercício 62 mantém o mesmo padrão dos outros pedindo a mesma coisa ao aluno para que ele a partir de duas funções dadas e uma composta gerada dê o valor de uma imagem a partir de um valor de domínio dado. O último exercício é retirado do vestibular da FATEC-SP, e pede que o aluno encontre o valor de uma imagem de uma função composta de duas outras funções.

Essa série de exercícios não tem nenhuma relação com o real, e trabalham com o lado operacional, fazendo o estudante realizar uma série de vezes o mesmo tipo de exercício.

5.8 – Oitava parte

Finalizando a apresentação do conceito de função via a noção de conjuntos a oitava parte intitula-se *"Função inversa"*. A explicação é feita através do exemplo da variação que ocorre quando se altera o perímetro de um quadrado seu lado será também alterado, da mesma forma alterando-se o lado do quadrado o perímetro também será modificado. É colocado no livro que as duas funções geradas formam um par de funções bijetivas, ou também dizendo, uma é a função inversa da outra.

Após a explicação do que viria a ser função inversa, o livro coloca tópico que discute um método que possibilita o encontro da função inversa de uma função, substituindo o X pelo Y na função de origem e isolando o Y. Não há um espaço dedicado a demonstração de funções que não tem função inversa. É posto ainda no livro que funções inversas têm gráficos que são simétricos a reta formada pelas bissetrizes dos quadrantes impares.

Um único exercício é cobrado do aluno nesta seção, dando ao aluno uma função de primeiro grau e pedindo que ele encontre sua respectiva inversa, e que após isso construa o gráfico. Assim se encerra toda um explicação do conceito de função a partir de uma noção de conjuntos.

5.9 – Nona parte

Nesta parte se finalizará a proposta do autor para o capitulo de funções, a ênfase dada nesse momento é para as progressões, qualificadas no livro como funções que tem seu domínio sendo representado pelo conjunto dos números naturais. Para explicar o que vem a ser uma progressão o autor usa um exemplo de uma função $F(x)=3x$, onde o domínio são os números naturais, o autor coloca alguns valores para x que estejam em ordem crescente, no caso, um, dois e três. a partir daí ele mostra o que viria a ser uma progressão

Ainda nesta parte do livro a uma colocação a cerca do que viria ser uma progressão aritmética (PA), o livro explica que seria uma PA uma progressão onde um termo é a soma do anterior e a razão de crescimento, para melhor entendimento do aluno ele usa um exemplo de um PA de razão sete. Após isso o autor demonstra a fórmula para determinar qualquer termo de uma PA. Ainda sobre PA há uma representação de uma PA em uma reta, cabe salientar que está demonstração é interessante, pois a uma vinculação geométrica com algo algébrico, na reta pode-se perceber que a distancia entre os pontos é sempre igual à razão.

Concluindo a o comentário sobre PA no livro, faz-se uma explicação de progressão geométrica (PG). Da mesma maneira como foi apresentado PA o autor se utiliza de um exemplo, onde a razão é igual a três, dizendo que cada termo é igual a multiplicação do anterior por três. Após essa explicação o autor enuncia a fórmula de obtenção de cada termo de um PG.

Depois desta explicação são dados seis exercícios ao aluno, o primeiro (sessenta e cinco) que ele escreva quanto a seqüência gerada por uma função já posta no livro(cabe salientar que está colocado no exercício o domínio igual N). O segundo (sessenta e seis) exercício faz o inverso dá uma seqüência e pede que o aluno identifique a Lei da função que determina aquela seqüência. O terceiro (sessenta e sete), exercita criatividade do aluno pedindo que ele invente um PA e uma PG. No quarto exercício (sessenta e oito) são dadas seis seqüências e pede-se que o aluno identifique quais delas são uma PA e quais são uma PG. O quinto exercício trabalha com a fórmula de PA, dando o ao aluno o primeiro termo e a razão, pedindo que ele encontre o décimo termo da PA. O último exercício do capítulo de funções (setenta) repete idéia do exercício anterior porém desta vez a progressão é geométrica.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÃO

6.1 – A ideologia da sociedade moderna comandando a Matemática

A sociedade ocidental, que tem seus pilares apoiados na revolução científica, que ocorreu entre os séculos XIV e XVI, está ligada intimamente à uma visão de mundo ordenado, onde se busca a explicação e, conseqüentemente, a premeditação do que vai ocorrer, entendendo que a ordem é o caminho para isso. A ciência faz esse papel, de busca dessas explicações e de encontro da ordem. Este modelo de pensamento influencia e é influenciado a todo o tempo pelos que próprios seres que a vivem, deve-se dizer que influencia a tudo, porém é somente influenciado pelos próprios cientistas.

Dentro dessa gama de influências, as questões de ensino são colocadas a serviço da proposta da sociedade ocidental, apoiada em dois grandes pilares: o capital e a ciência. A ciência se coloca em um local privilegiado nesta dualidade, pois o conhecimento (maior riqueza da ciência) é detido por seus membros e se presta a gerar tecnologias para o funcionamento do sistema econômico; é como se a ciência fosse o braço esquerdo do capital, porém, como disse, ela tem lugar privilegiado, mas está longe de estabelecer seus próprios estudos, que devem estar, acima de tudo, a serviço do capital, caso isso não ocorra à união pode ser desfeita pois, ao capital só interessa aquilo que o nutre.

E como se formam cientistas? Nas escolas e é lá que se começa toda uma educação voltada para essa sociedade. Não é por acaso que a critica é retirada dos alunos, pois não é interessante formar críticos e sim detentores de conhecimento apenas. Por isso temos as metodologias de ensino totalmente influenciadas pelo processo econômico e o movimento da Matemática Moderna prova isto, pois sua visão estava amplamente voltada para o trabalho, onde se deveriam formar técnicos e cientistas adestrados.

O livro didático integra esse pensamento da sociedade, corroborando para sua eterna perpetuação. Vemos como os exercícios estão prontos a programar, como a história é deixada de lado e o contexto perde espaço para uma Matemática imutável. Pode-se dizer que os livros de Matemática, atualmente, se enquadram na visão de preparar uma pessoa para o trabalho. Dentro disso, vemos a grande ênfase dada à parte operacional e, atualmente, uma preocupação em vincular o conhecimento com o dito “mundo real”, mas ainda são exercícios muito voltados para a praticidade dos conceitos matemáticos.

6.2 – Os exercícios

Os exercícios do livro didático têm características muito operacionais, que visam fortalecer mais o lado da mecânica do conceito. Porém, não é apenas nos livros didáticos que se tem esse molde, as provas, tanto escolares quanto as de concurso, têm esse foco, por isso não é difícil entender porque os alunos mecanizam o processo, decoram fórmulas desta forma não apreendendo os conceitos.

A Matemática é cobrada desta forma, que pouco fixa conceitos e sim se preocupa se a pessoa conhece formulas e expressões. É engraçado perceber que quase cem por cento das respostas dos exercícios propostos pelo livro didático são dadas através de números, ou seja, o aluno faz uma conta e obtém um resultado em linguagem numérica. É difícil encontrar exercícios que busquem fortalecer o caminho de resolução de algum problema (método). O método evidencia ao aluno o conceito de maneira como ele é utilizado e a aplicabilidade, trazendo uma relação entre os números e a teoria conceitual. Método aqui sendo visto como o “caminho” que é perseguido para a resolução de algum problema.

Em virtude da maneira que a Matemática é cobrada, o aluno tende a buscar a fixação de fórmulas e a sua preocupação parece ser maior em obter aprovação ao fim do ano letivo do que em aprender. Até se entende tal preocupação, pois a repetência de um ano escolar é vista pelo aluno como um atraso na vida dele (não vou me aprofundar nesta questão, que é muito ampla). Pode até ser que seja um retrocesso, mas se o aluno não conseguiu absorver um mínimo de conhecimentos exigidos, é necessária a repetição do ano. Então verificamos mais um problema no ensino: este modelo de reprovação que está vigente.

O problema parece estar em o aluno perder o foco de seu objetivo na escola que se transfere do aprender para o“passar de ano”, concluir uma série. Isto evidencia como está deturpado o modo de visão do aluno em relação à escola. Como já disse, o excesso de cobrança e, principalmente, a maneira como ela é feita, são grandes causadores dessa deturpação. A Matemática é vista pelos alunos como um dos vilões na obtenção de seu objetivo, que é passar de ano.

É engraçado como esse quadro se tornou um ciclo vicioso, já que exercícios que cobrem mais fórmulas a conceitos forçam os alunos a terem que decorá-las, e em virtude desse estudo, sem sentido algum, o conhecido"decoreba", há um distanciamento maior do aluno com relação à Matemática e assim sucessivamente.

Tudo, em se tratando de Matemática, tem lógica. Esta é a ciência da lógica, que busca formular uma linguagem racional através interação de representações simbólicas. Talvez os exercícios dos livros estejam se esquecendo disso e, portanto, ignorando a cobrança dessa lógica.

6.3 – A matemática Moderna

Durante o processo de avaliação do livro podemos perceber como ainda é influente o movimento da Matemática Moderna, a teoria dos conjuntos, a linearidade no ensino e o conteúdo colocado como acumulativo sendo estes, traços marcantes no livro. Vemos como o conceito de linearidade ainda está enraizado, sendo colocada uma ordem no conhecimento.

São várias as partes dedicadas à explicação de Função, via a noção de conjuntos. Isto não é ruim, mas essa visão é abstrata e distancia o aluno, pois este não vê muito interesse naquelas proposições, que são demonstradas de maneira muito seca ainda, ou seja, sem uma preparação ou discussão acerca do tema.

As discussões Matemáticas são inexistentes, a critica está fora do conteúdo Matemático, isto é ruim, pois a formação atual tem como objetivo a formação de pessoas críticas e a Matemática não vem dando sua contribuição para o processo. O movimento de Matemática Moderna prega a formação voltada para a técnicae não a técnica crítica.

6.4 – Representação no plano cartesiano

Outra grande ênfase dada, no capítulo que trata de Funções, é ao estudo e a construção de gráficos que são feitos apoiados no plano cartesiano. São inúmeras partes dedicadas a este assunto. Justifica-se este estudo, pois os planos são de grande importância para o aprendizado e dão a possibilidade do contato com outros campos do conhecimento, dado que esse método é largamente utilizado.

6.5 – Tentando por em prática

O que se propõe é um rompimento com esse aprisionamento da ciência e conseqüentemente de sua linguagem mãe: a Matemática. Trazendo para o lado real, sabemos que é difícil esse processo, pois há várias facetas nele. Mas há a necessidade de tentarmos fazê-lo, sob pena de continuarmos vivendo nessa sociedade louca do consumo e da despreocupação com o outro (seja ele ser humano ou não).

Podemos identificar algumas dificuldades que esse processo enfrentará, uma delas será a do próprio professor que não tem uma formação que dê ênfase a criatividade e a outros saberes (não estando pronta para interdisciplinaridade). O professor foi um aluno um dia e aprendeu, com pequenas alterações, a mesma ideologia que estuda o aluno de hoje. Portanto, o professor deverá quase ser um criador desse novo sistema e também autodidata, quanto a inovações apresentadas por outros.

Quanto à escola, esta deverá dar ao aluno a possibilidade de criar e de fazer contato com diferentes formas de aplicação daquilo que ele aprende, não somente para o trabalho.

Ao livro didático cabe a tarefa de auxiliar nesse processo, sendo um meio de abordagem de conceitos a partir de seu contexto, sua filosofia e suas diferentes abordagens no mundo moderno (nas artes por exemplo).

A Matemática deve ser encarada como meio de criação do homem e também como finalidade, não necessariamente sendo apenas um meio para se obter, mas como um fim, assim como é a poesia, onde não se tem explicação apenas se produz. A liberdade deve ser a palavra chave nesse processo onde a criatividade, entendida como o processo no qual o homem pensa e conclui coisas, é o maior objetivo. E só há criatividade em consonância com liberdade.

Bibliografia

- AULER – DELIZOICOV, Décio – Demétrio. Alfabetização cientifico-tecnológico Para quê? __________, 2005.
- BOYER, Carl B. História da Matemática. São Paulo, Edgar Blucher/Edusp, 1974.
- CAROLINO Pires, Célia Maria. Currículos da Matemática: da Organização linear a Idéia de Rede. São Paulo: Editora FTD, 2000.
- CHAUI, Marilena. Convite a Filosofia. São Paulo, Ática, 2002.
- CRESSON, André. Aristóteles. Lisboa, Edições 70,1988.
- Duarte, Rodrigo. *Adorno/Horkheimer: Dialética do esclarecimento*. Rio de Janeiro, Jorge Zahar Editor, 2002.
- HAWKING, Stephen. Uma nova história do tempo. Rio de Janeiro: Ediouro, 2005.
- MOTA – BRAICK, Myriam Becho – Patrícia Ramos. História: das cavernas ao 3° milênio. São Paulo, Moderna, 2002.
- RUELLE, David.Acaso e o Caos. São Paulo: Editora Estadual Paulista, 1993.
- STEWART, Ian. Será que deus joga dados? A Matemática do Caos. Rio de Janeiro: Jorge zahar Editor, 1991.
- SZANOSI, Géza. Espaço e tempo: as duas dimensões gêmeas. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1986.